

Classes de Seconde
Devoir commun de mathématiques du jeudi 19 mai 2016
Durée : 2 heures

Le sujet comporte 4 exercices : 1, 2, 3a et 3b.

*Tous les candidats doivent traiter les exercices 1 et 2,
et au choix l'un des exercices 3a ou 3b.*

Les exercices sont indépendants, et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Les calculatrices sont autorisées, conformément à la réglementation en vigueur.

Exercice 1 (7 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , soient les points :

$A(-3, -1)$, $B(3, 7)$, $C(9, -3)$ et enfin $B'(3, -2)$, le milieu de $[AC]$.

Cette situation est représentée dans le graphique fourni en *annexe 1*.

Il devra être complété tout au long de l'exercice, et joint à la copie définitive.

Il est donc recommandé d'y apporter le plus grand soin car aucun exemplaire supplémentaire ne sera distribué.

1) En utilisant le quadrillage, construire le point T défini par $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Justifier cette construction. Lire les coordonnées du point T .

2) Démontrer que A' , le milieu du segment $[BC]$, est aussi le milieu de $[AT]$.

Cette démonstration peut se faire au choix par un raisonnement géométrique, ou par le calcul.

3) Calculer les coordonnées du milieu C' du segment $[AB]$.

4) Soit G le point défini par $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CC'}$.

Démontrer que G a pour coordonnées $(3, 1)$. Placer G sur la figure.

5) Démontrer que les points B , G et B' sont alignés, et préciser la position de G sur le segment $[BB']$.

6) Déterminer par le calcul l'équation cartésienne de la droite (AG) .

7) Démontrer que T et A' appartiennent à la droite (AG) .

8) Comment se nomment les droites (AA') , (BB') et (CC') pour le triangle ABC ?

Et le point G ?

Exercice 2 (8 points)

Le graphique fourni en *annexe 2* est la représentation graphique d'une fonction f sur l'intervalle $[-2, 4]$.

Il devra être complété tout au long de l'exercice, et joint à la copie définitive.

Il est donc recommandé d'y apporter le plus grand soin car aucun exemplaire supplémentaire ne sera distribué.

Partie A

Il s'agit de répondre aux questions suivantes par lecture graphique dûment justifiée par des phrases cohérentes et utilisant un vocabulaire précis et adapté.

Pour faciliter l'expression, il est permis (et conseillé), de compléter la figure en y apportant les légendes nécessaires à sa compréhension.

- 1) Quelle est l'image de 4 par f ?
- 2) Que vaut $f(0)$?
- 3) Quels sont les antécédents (éventuels) de -3 par f ?
- 4) Quelles sont les solutions dans $[-2, 4]$ de l'équation $f(x) = 0$?
- 5) Pour quelles valeurs de $x \in [-2, 4]$, $f(x)$ est-il strictement négatif ?

Partie B

Le graphique fourni en *annexe 2* est en fait la représentation de la fonction f définie par :

$$f(x) = x^2 - 2x - 3.$$

- 1) Vérifier par le calcul le résultat de la question 1 de la *Partie A*.
- 2) a) Écrire $f(x)$ sous la forme canonique, c'est à dire $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$, avec a , α et β réels tels que $a \neq 0$.
b) Que représentent les réels α et β ?
- 3) Dédire de la question 2) a) que $f(x) = (x + 1)(x - 3)$.
- 4) Répondre aux questions suivantes en utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$:
 - a) Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.
 - b) Déterminer le minimum de f sur $[-2, 4]$.

Partie C

- 1) Compléter le graphique en y traçant la droite d d'équation $y = 2x - 3$.
Justifier la construction.
- 2) Résoudre (par le calcul) l'équation $2x - 3 = f(x)$.
- 3) Comment s'interprète graphiquement ce résultat ?

Exercice 3a (5 points)

Dans une assemblée de 250 personnes, il y a des gauchers et des hispanophones (c'est à dire qui parlent espagnol).

Il y a 55 gauchers (dont certains sont aussi hispanophones), et 15 hispanophones (dont certains sont aussi gauchers).

Naturellement, certaines personnes ne sont ni gauchères, ni hispanophones.

Enfin, 4 personnes sont à la fois gauchères et hispanophones.

Une personne est tirée au hasard dans cette assemblée.

Soit les événements :

G : la personne est gauchère.

H : la personne est hispanophone.

L'événement contraire d'un événement A se note \bar{A} .

La probabilité d'un événement A se note $P(A)$.

Tous les résultats sont à donner sous la forme d'un nombre décimal non arrondi.

1) Déterminer $P(G)$ et $P(G \cap H)$.

2) Déterminer $P(\bar{H})$. Donner ce résultat sous la forme d'un pourcentage.

3) Quelle est la probabilité que la personne tirée soit gauchère ou hispanophone ou les deux ?

4) Quelle est la probabilité que cette personne ne soit ni gauchère, ni hispanophone ?

5) Compléter le diagramme de Carroll suivant, où la cellule à l'intersection de la ligne X et de la colonne Y contient $P(X \cap Y)$:

	H	\bar{H}	total
G	0,016		0,22
\bar{G}			
total			1

6) Comment s'exprime l'événement $H \cap \bar{G}$? Calculer sa probabilité.

Exercice 3b (5 points)

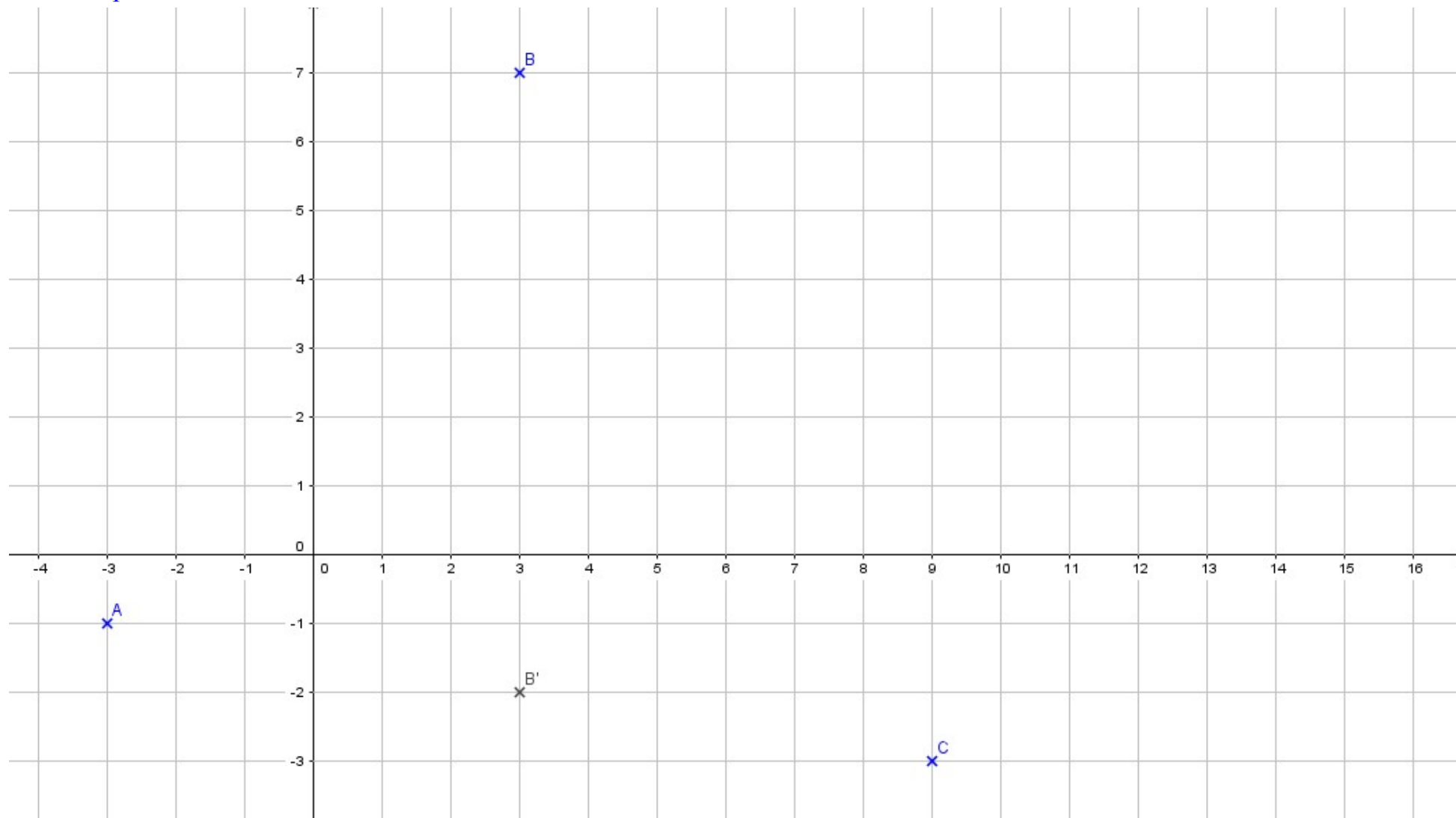
Soit le compte rendu des notes obtenues par les candidats à un examen :

notes	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
effectifs	4	6	9	12	17	22	20	7	6	8	6	5	1	2

- 1) Pour cette série statistique, préciser la population, le caractère étudié, l'effectif total, le mode et l'étendue.
- 2) Calculer sa moyenne.
- 3) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissants.
- 4) Déterminer la médiane Me , ainsi que les premier et troisième quartiles q_1 et q_3 .
- 5) Tracer la courbe des effectifs cumulés croissants. Veiller à choisir des unités adaptées.
- 6) S'il s'agissait d'un caractère continu, comment se lirait la médiane sur cette courbe ? Préciser la valeur obtenue au dixième près par cette méthode.

Nom :	
Prénom :	
Classe :	

Annexe 1 pour l'exercice 1



Nom :	
Prénom :	
Classe :	

Annexe 2 pour l'exercice 2

