

Colinéarité et applications

Exercice 1

Soient A , B et C trois points tels que $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

Montrer que les points A , B et C sont alignés. Faire la figure correspondante.

Exercice 2

Soit ABC un triangle et M un point tel que $\overrightarrow{AM} = 4\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

- 1) Exprimer \overrightarrow{BM} en fonction de \overrightarrow{BC} .
- 2) En déduire que B , M et C sont alignés.

Exercice 3

Soient A , B , C et D quatre points tels que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}$.

Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Faire la figure correspondante.

Exercice 4

Soit k un réel non nul.

Soit ABC un triangle, I tel que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{k}\overrightarrow{AB}$ et J tel que $\overrightarrow{AJ} = k\overrightarrow{AC}$.

Partie A

Soit $k = 3$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Exprimer \overrightarrow{BJ} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 3) Exprimer \overrightarrow{IC} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 4) Montrer que $(BJ) \parallel (IC)$.

Partie B

Reprendre les questions de la partie A pour un réel k quelconque non nul.

Solutions

Exercice 1

$$3\vec{AB} + 2\vec{AC} = 2\vec{AB} - 2\vec{AC} \Leftrightarrow 3\vec{AB} - 2\vec{AB} = -2\vec{AC} - 2\vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AB} = -4\vec{AC}.$$

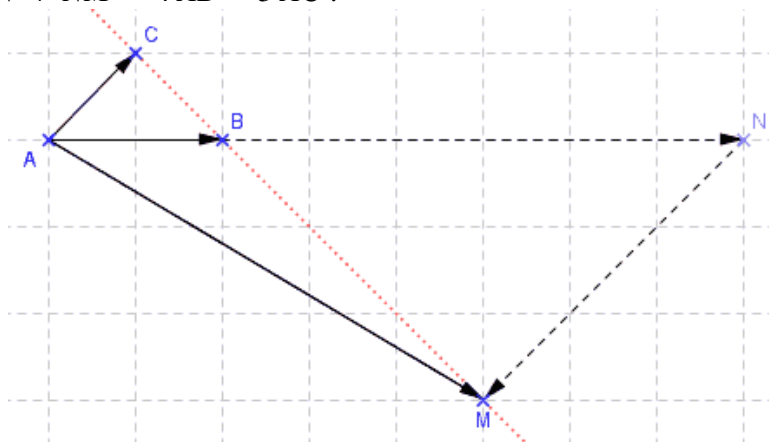
Les vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sont colinéaires, donc les points A , B et C sont alignés.

*Exercice 2*

Figure :

Soit N tel que $\vec{AN} = 4\vec{AB}$, puis M tel que $\vec{NM} = -3\vec{AC}$.

Alors $\vec{AM} = \vec{AN} + \vec{NM} = 4\vec{AB} - 3\vec{AC}$.



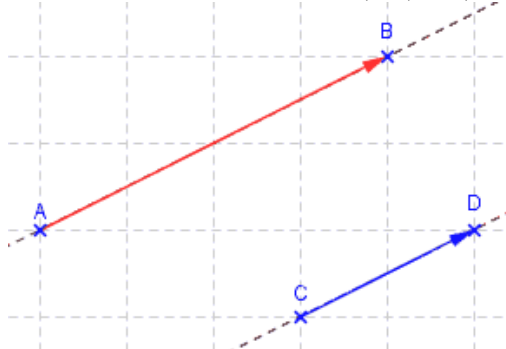
1) En ajoutant \vec{BA} aux deux membres de l'égalité : $\vec{BA} + \vec{AM} = \vec{BA} + 4\vec{AB} - 3\vec{AC}$
 $\Leftrightarrow \vec{BM} = 3\vec{AB} + 3\vec{CA} \Leftrightarrow \vec{BM} = 3\vec{CB} \Leftrightarrow \vec{BM} = -3\vec{BC}$.

2) Les vecteurs \vec{BM} et \vec{BC} sont colinéaires, donc les points B , M et C sont alignés.

Exercice 3

En ajoutant \vec{CB} aux deux membres de l'égalité : $\vec{AC} + \vec{CB} = \vec{CB} + \vec{BD} + \vec{CD}$
 $\Leftrightarrow \vec{AB} = 2\vec{CD}$.

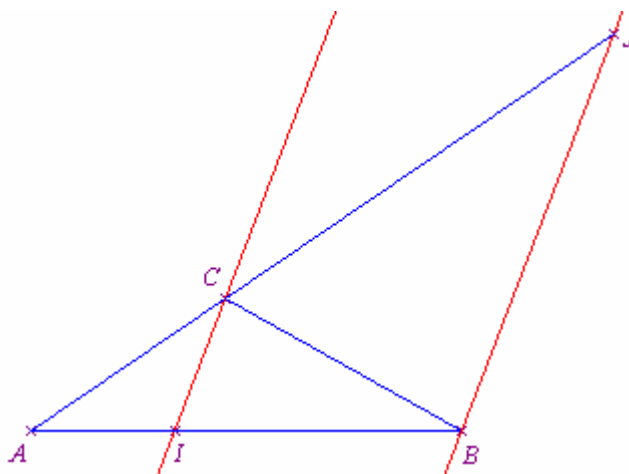
Les vecteurs \vec{AB} et \vec{CD} sont colinéaires, donc droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Exercice 4

Partie A

1) Figure :



$$2) \overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ} = -\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}.$$

$$3) \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

4) Il apparaît que $\overrightarrow{BJ} = 3\overrightarrow{IC}$: les vecteurs \overrightarrow{BJ} et \overrightarrow{IC} sont colinéaires, donc les droites (BJ) et (IC) sont parallèles.

Partie B

Les résultats obtenus sont : $\overrightarrow{BJ} = -\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{IC} = -\frac{1}{k}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BJ} = k\overrightarrow{IC}$ donc $(BJ) \parallel (IC)$.